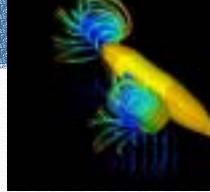


普遍教育專門基礎科目 (07322103)

物理学B(特)力学入門1

Physics BI: Introduction to Mechanics 1

劉 浩



[授業計画・授業内容]

1. 座標系、位置ベクトル、速度、加速度などのベクトル表現
2. 物体の運動と運動の第1、第2、第3法則の関係および慣性座標系
3. 運動方程式から運動の変化は力積で表せる力積と物体の衝突
4. 1次元の運動、運動方程式の積分により直線上の運動、単振動等
5. 力と運動エネルギー及びポテンシャルの保存性
6. 抵抗を受ける物体の2次元運動
7. 円運動と向心力及び遠心力
8. 中間試験
9. 力の変化とエネルギーとの関係、仕事と運動エネルギーの関係
10. 力のポテンシャルと保存力
11. ケプラーの第1、第2、第3法則と万有引力の法則
12. 惑星の運動と中心力の関係、中心力と面積速度
13. 太陽の引力と惑星の運動、人工衛星、中心力とクーロン力
14. 角運動量、角運動量ベクトルの性質
15. 期末試験

Chapter 5: 角運動量

5-1: 角運動量と力のモーメント

角運動量: 原点に関する運動量のモーメント
原点に関する力のモーメント

$$m \frac{dv_x}{dt} = F_x, m \frac{dv_y}{dt} = F_y$$

$$\frac{d}{dt} \{m(xv_y - yv_x)\} = xF_y - yF_x$$

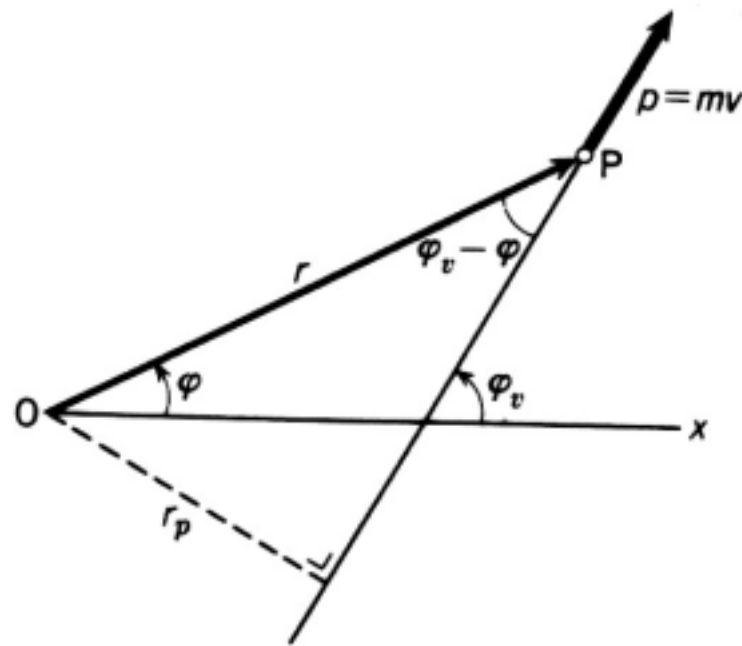
$$L = m(xv_y - yv_x) = xp_y - yp_x$$

$$N = xF_y - yF_x, \frac{dL}{dt} = N$$



$$xv_y - yv_x = rv \sin(\varphi_v - \varphi) = r_p \Rightarrow L = r_p p$$

$$xF_y - yF_x = rF \sin(\varphi_F - \varphi) = r_F \Rightarrow N = r_F F$$



角運動量と面積速度の関係:

中心力だけ作用する時、力のモーメントはゼロ

$$x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$$

$$\frac{dx}{dt} = v_x = \dot{r} \cos \varphi - \dot{\varphi} r \sin \varphi$$

$$\frac{dy}{dt} = v_y = \dot{r} \sin \varphi + \dot{\varphi} r \cos \varphi$$



$$L = m(x v_y - y v_x) = m r^2 \dot{\varphi} = 2m h$$

力が全く作用しないとき、角運動量が保存される,
 $dL/dt=N$

Chapter 5-2:角運動量ベクトル

3次元角運動量の式： 運動方程式、そして角運動量保存の法則

$$m \frac{dv_x}{dt} = F_x, m \frac{dv_y}{dt} = F_y, m \frac{dv_z}{dt} = F_z$$

$$\frac{d}{dt} \left\{ m(yv_z - zv_y) \right\} = yF_z - zF_y = N_x$$

$$\frac{d}{dt} \left\{ m(zv_x - xv_z) \right\} = zF_x - xF_z = N_y$$

$$\frac{d}{dt} \left\{ m(xv_y - yv_x) \right\} = xF_y - yF_x = N_z$$

$$L_x = m(yv_z - zv_y) = yp_z - zp_y$$

$$L_y = m(zv_x - xv_z) = zp_x - xp_z$$

$$L_z = m(xv_y - yv_x) = xp_y - yp_x$$

$$\frac{dL_x}{dt} = N_x, \frac{dL_y}{dt} = N_y, \frac{dL_z}{dt} = N_z$$

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{N}$$

Chapter 5-3:ベクトル積

角運動量は位置ベクトルと運動量の関数、力のモーメントは位置ベクトルと力の関数。

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}, \mathbf{N} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

ベクトル積 / 外積 :

$$C_x = A_y B_z - A_z B_y$$

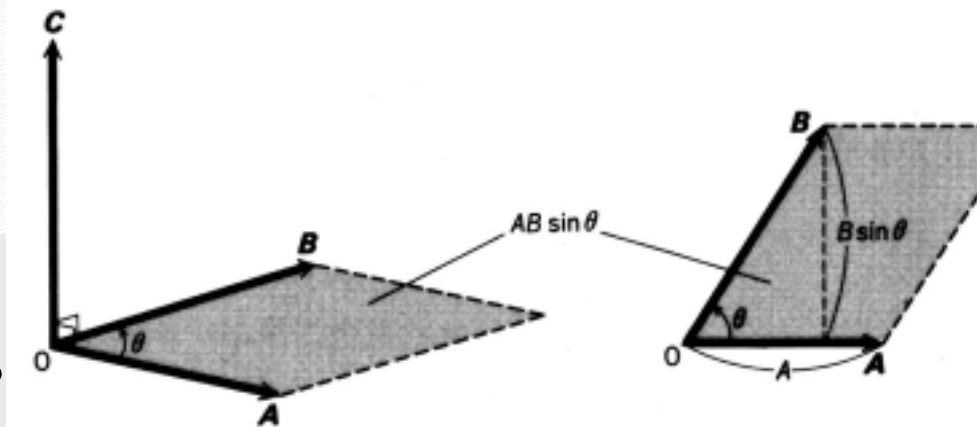
$$C_y = A_z B_x - A_x B_z \Rightarrow \mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$$

$$C_z = A_x B_y - A_y B_x$$

ベクトル積の分配の法則

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a} \times \mathbf{b} + \mathbf{a} \times \mathbf{c}$$

$$(\mathbf{b} + \mathbf{c}) \times \mathbf{a} = \mathbf{b} \times \mathbf{a} + \mathbf{c} \times \mathbf{a}$$



ベクトル積の性質:

1) CはAとBとに垂直

2) Cの大きさは $AB|\sin\theta|$

3) A,B,Cは右手系

$$\mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k}$$

$$\mathbf{j} \times \mathbf{k} = \mathbf{i}$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{i} = \mathbf{j}$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{i} = \mathbf{j} \times \mathbf{j} = \mathbf{k} \times \mathbf{k} = \mathbf{0}$$

Chapter 5-3:ベクトル積

ベクトル積の表現：

$$A = A_x i + A_y j + A_z k$$

$$B = B_x i + B_y j + B_z k$$

$$C = A \times B = \begin{vmatrix} i & j & k \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$= i \begin{vmatrix} A_y & A_z \\ B_y & B_z \end{vmatrix} + j \begin{vmatrix} A_z & A_x \\ B_z & B_x \end{vmatrix} + k \begin{vmatrix} A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{vmatrix}$$

例題 1

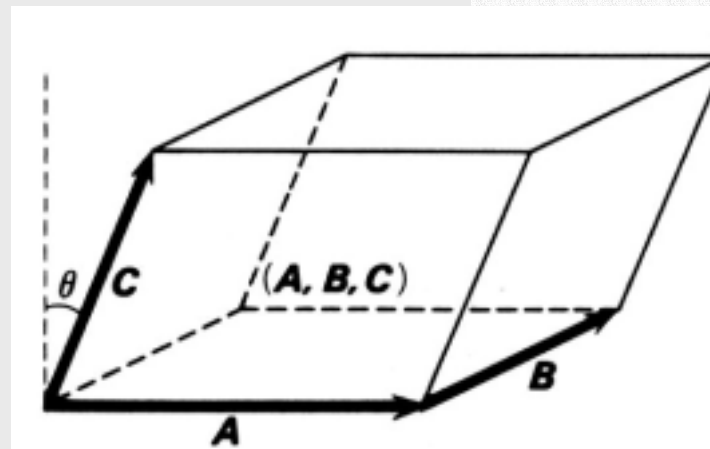
Chapter 5-3:ベクトル積

スカラーの3重積：

$$A = A_x i + A_y j + A_z k, B = B_x i + B_y j + B_z k, C = C_x i + C_y j + C_z k$$

$$D = C \bullet (A \times B) = \begin{vmatrix} C_x & C_y & C_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$= C_x \begin{vmatrix} A_y & A_z \\ B_y & B_z \end{vmatrix} + C_y \begin{vmatrix} A_z & A_x \\ B_z & B_x \end{vmatrix} + C_z \begin{vmatrix} A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{vmatrix}$$



スカラー3重積(A, B, C)はベクトルA, B, Cを3辺とする平行6面体の体積を表す。

Chapter 5-3:ベクトル積

ベクトルの3重積：D=A x (B x C)

$$A = A_x i + A_y j + A_z k, B = B_x i + B_y j + B_z k, C = C_x i + C_y j + C_z k$$

$$D = A \times (B \times C) = A \times \begin{vmatrix} i & j & k \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix} = (A \cdot C)B - (A \cdot B)C$$

$$\mathbf{r} \times \mathbf{L} = \mathbf{r} \times (\mathbf{r} \times \mathbf{p}) = (\mathbf{r} \cdot \mathbf{p})\mathbf{r} - (\mathbf{r} \cdot \mathbf{r})\mathbf{p} = rp_r \mathbf{r} - r^2 \mathbf{p}$$

ベクトル3重積(A, B, C)の性質：

- 1) AとBxCとは互いに垂直
- 2) DとBとCとは同一平面にある

例題3

「授業評価アンケート・電子機械工学科追加項目」

- 10) あなたはこの授業に関して予習をしましたか？
a: 毎回した, b: ほとんど毎回した, c: 時々した, d: あまりしなかった, e: 全くしなかった
- 11) あなたはこの授業に関して復習をしましたか？
a: 毎回した, b: ほとんど毎回した, c: 時々した, d: あまりしなかった, e: 全くしなかった
- 12) あなたはこの授業で質問をしましたか？
- 13) 授業では宿題, レポート等が理解を助けるのに役立ちましたか？
- 14) 授業中, 内容の理解に役立つ具体的な例題等が示されましたか？
- 15) TAがいる場合, TAはあなたのために役立ったと思いますか？
- 16) この科目が演習科目あるいは実験・実習科目の場合, この科目を受講することによって対応する講義の理解が深まりましたか？
- 17) 実験・実習科目の場合, 安全に配慮されていましたか？
- 18) 実験・実習科目の場合, 班の人数は適切でしたか？
- 19) 実験・実習科目の場合, レポートの作成に要した時間はどのくらいでしたか？
a: 1時間未満, b: 2 時間未満, c: 3 時間未満, d: 4 時間未満, e: 4時間以上