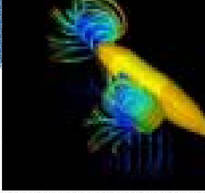
普遍教育専門基礎科目(07322103)

物理学B(特)力学入門1

Physics BI: Introduction to Mechanics 1

劉　浩



[授業計画・授業内容]

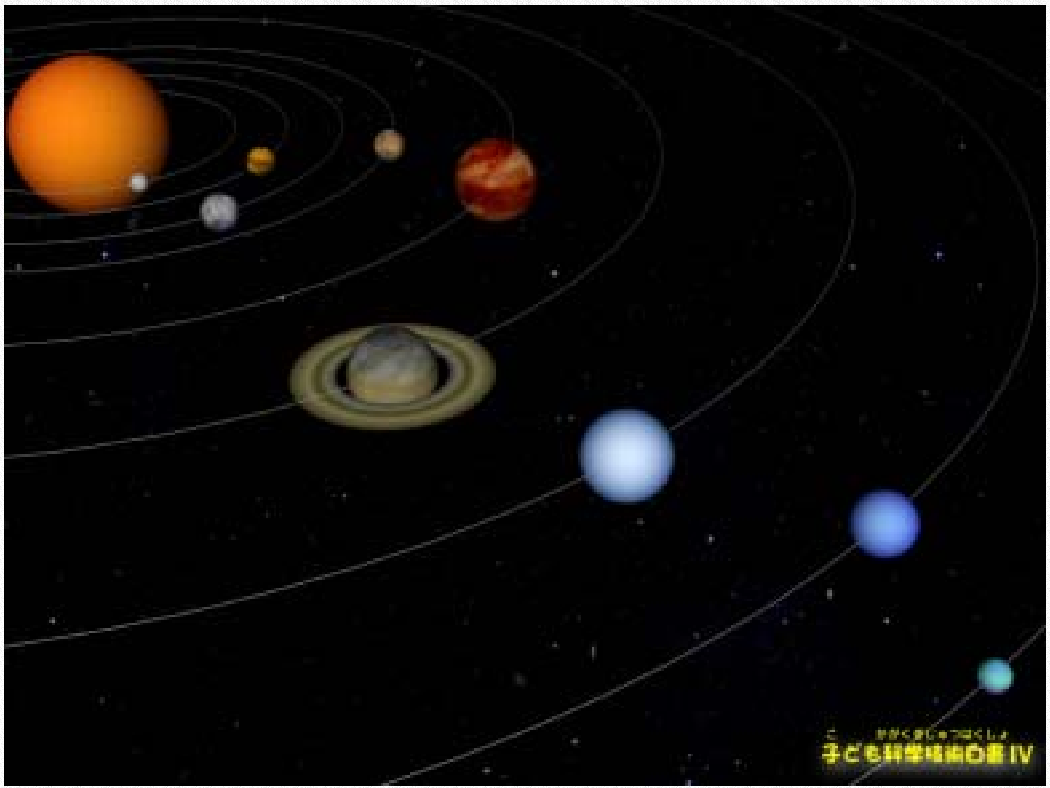
1．座標系、位置ベクトル、速度、加速度などのベクトル表現
2．物体の運動と運動の第１、第２、第３法則の関係および慣性座標系
3．運動方程式から運動の変化は力積で表せる力積と物体の衝突
4．１次元の運動、運動方程式の積分により直線上の運動、単振動等
5．力と運動エネルギー及びポテンシャルの保存性
6．抵抗を受ける物体の２次元運動
7．円運動と向心力及び遠心力
8．中間試験
9．力の変化とエネルギーとの関係、仕事と運動エネルギーの関係
10．力のポテンシャルと保存力
11．ケプラーの第１、第２、第３法則と万有引力の法則
12．惑星の運動と中心力の関係、中心力と面積速度
13．太陽の引力と惑星の運動、人工衛星、中心力とクーロン力
14．角運動量、角運動量ベクトルの性質
15．期末試験

Chapter 4: 惑星の運動と中心力

Johannes Kepler
1571-1630

観測に基づく法則

惑星は完全な円軌道で運行すると考えられていた



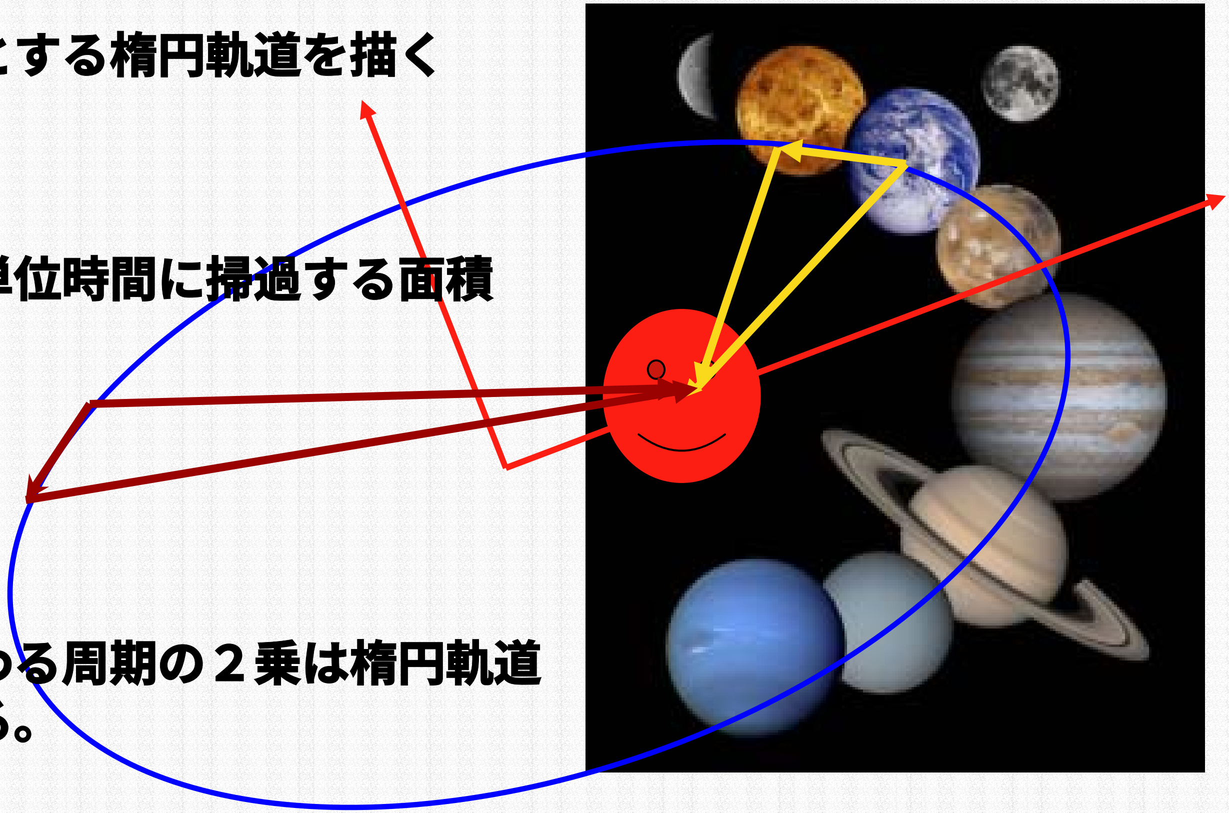
Sir Isaac Newton
1643-1727

微積分と力学による
地上の運動と宇宙の
運動の統一

Chapter 4-1: 惑星の運動と中心力

ケプラーの法則

第１法則：
惑星は太陽を焦点の１つとする楕円軌道を描く



第２法則：
太陽と惑星を結ぶ直線が単位時間に掃過する面積（面積速度）は一定である。

$$\frac{1}{2}r^2\frac{d\varphi}{dt}=\frac{1}{2}h$$

第３法則：
惑星が太陽のまわりをまわる周期の２乗は楕円軌道の長半径の３乗に比例する。

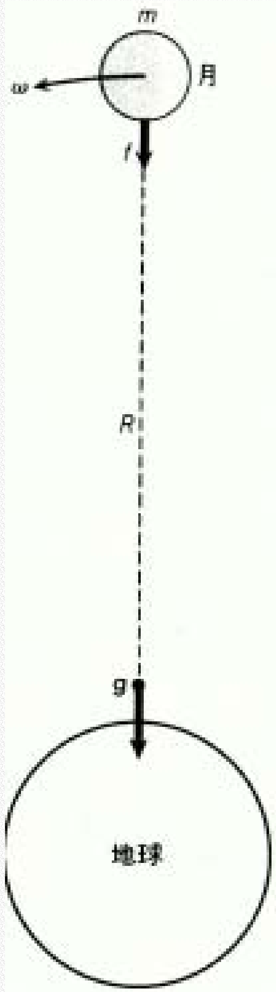
$$T^2 \propto b^3$$

Chapter 4-1: 惑星の運動と中心力

万有引力の法則：物体が互いに引き合う力は存在する

地球が月を引き引力は、

$$f_{earth} = g \propto \frac{1}{r^2}, f_{month} \propto \frac{m}{R^2} \Rightarrow f_{month} = \frac{mg}{(R/r)^2} = \frac{mg}{60^2}$$



向心力と引力が釣り合う

$$f_{month} = \frac{mg}{60^2} = mR\omega^2 \Rightarrow \omega^2 = \frac{gR}{60^2}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{60^2 R}{g}} = 120\sqrt{\frac{R}{g}} \approx 27.3day$$

月までの距離は？全質量が中心に集中可能？

人工衛星の公転周期は、ケプラーの第３法則による？

Chapter 4-2: 円・楕円・放物線・双曲線

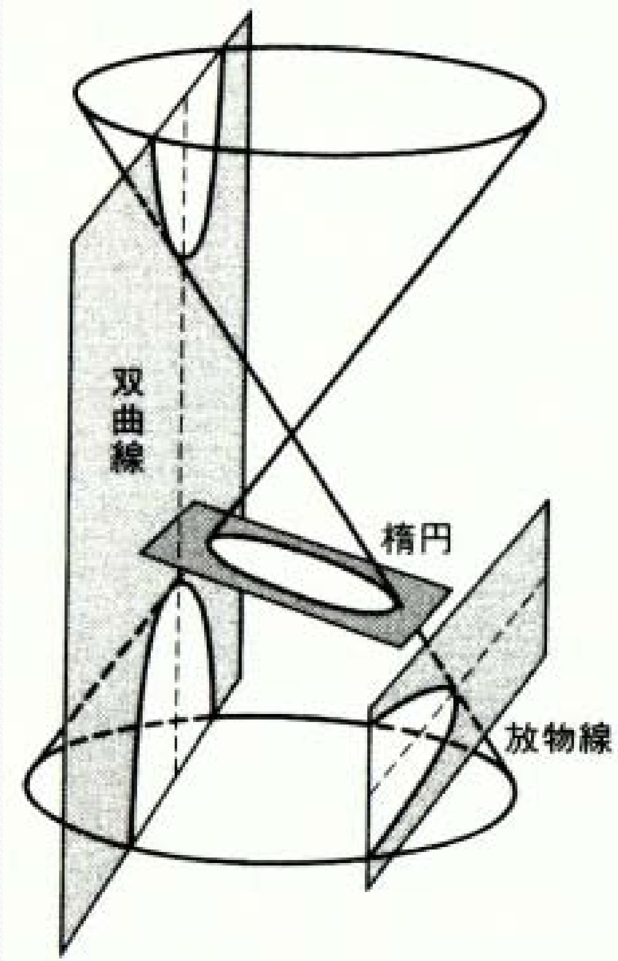
円錐曲線（２次曲線）

定義：

１）２定点（焦点）からの距離の和が一定の曲線は楕円

２）２定点（焦点）からの距離の差が一定の曲線は双曲線

３）放物線は楕円と双曲線のある極限



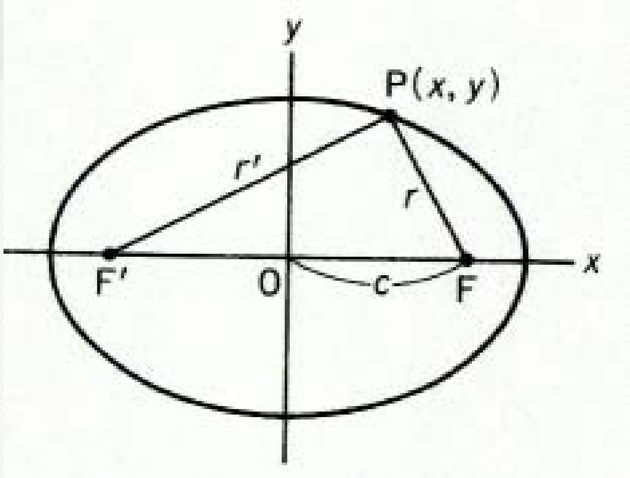
Chapter 4-2: 円・楕円・放物線・双曲線

楕円： $r + r' = 2a, (a > c > 0)$

$$r = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}, r' = \sqrt{(x+c)^2 + y^2}$$

$$\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + \sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, b^2 = a^2 - c^2 (a \geq b)$$



離心率

$$\varepsilon = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} (1 \geq \varepsilon \geq 0)$$

極座標

$$r = \frac{l}{1 + \varepsilon \cos\varphi}, l = \frac{b^2}{a}$$

Chapter 4-2: 円・楕円・放物線・双曲線

双曲線：$r' - r = 2a, (c > a)$

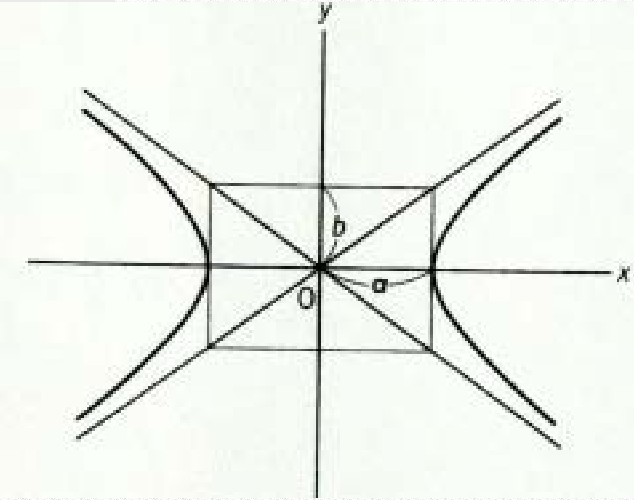
$$r = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}, r' = \sqrt{(x+c)^2 + y^2}$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

極座標

$$r = \frac{l}{1 - \varepsilon\cos\varphi}, l = \frac{b^2}{a}$$



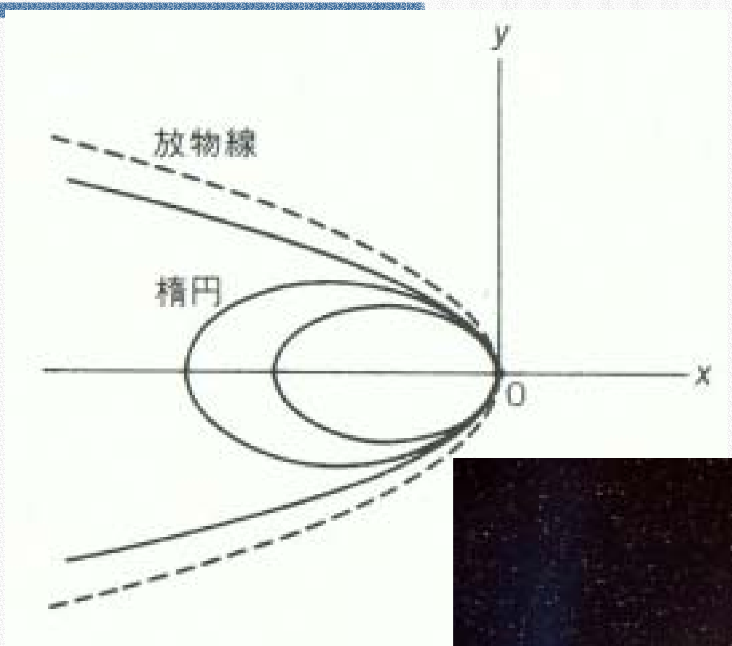
Chapter 4-2: 円・楕円・放物線・双曲線

放物線：

$$\frac{(x+a)^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{x^2}{a}+2x+\frac{a}{b^2}y^2=0,\frac{a}{b^2}=\frac{2}{k}$$

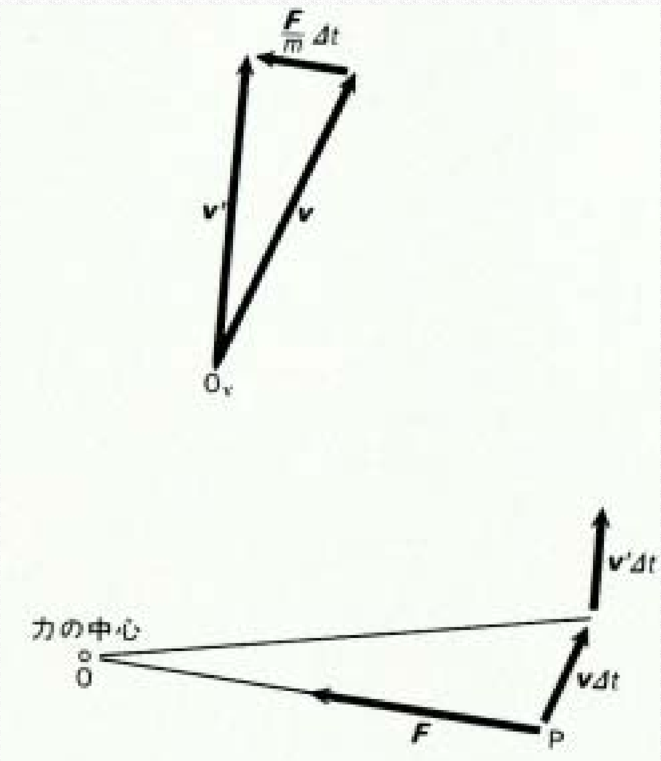
$$a,b\Rightarrow\infty\rightarrow y^2=-kx$$

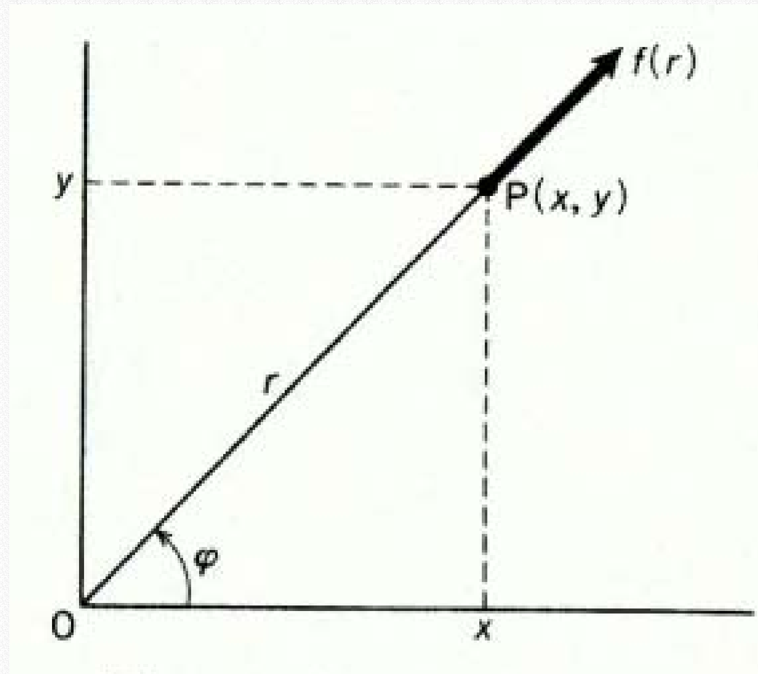


ハレー彗星などの軌道は、太陽を通るときの様子は殆ど放物線、、、

Chapter 4-3: 中心力と平面極座標

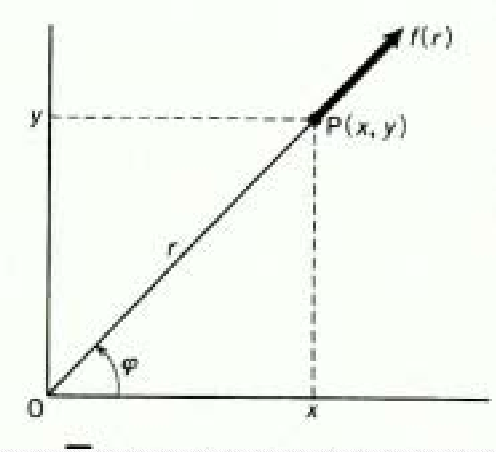
1）空間内の一定点へ向き、その点からの距離の関数である中心力
2）中心力だけを受ける運動する質点のえがく軌道は中心を含む
１つの平面内にある





Chapter 4-3: 中心力と平面極座標

平面極座標系における運動方程式1:
速度と加速度　および 動径方向r、方位角方向φ



$$x = r\cos\varphi, y = r\sin\varphi$$

$$\frac{dx}{dt} = v_x = \dot{r}\cos\varphi - \dot{\varphi}r\sin\varphi$$

$$\frac{dy}{dt} = v_y = \dot{r}\sin\varphi + \dot{\varphi}r\cos\varphi, (\dot{r} = \frac{dr}{dt}, \dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt})$$

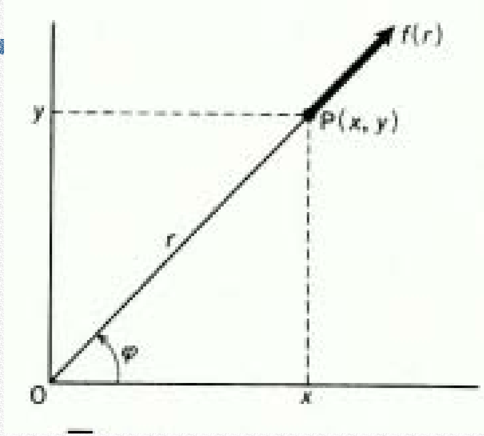
$$\frac{dv_x}{dt} = \ddot{r}\cos\varphi - 2\dot{\varphi}\dot{r}\sin\varphi - r\dot{\varphi}^2\cos\varphi - r\ddot{\varphi}\sin\varphi$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \ddot{r}\sin\varphi + 2\dot{\varphi}\dot{r}\cos\varphi - r\dot{\varphi}^2\sin\varphi + r\ddot{\varphi}\cos\varphi$$

Chapter 4-3: 中心力と平面極座標

平面極座標系における運動方程式2:

中心力及び方程式、そして面積速度（一定）



$$m\frac{dv_x}{dt} = f_x = f(r)\cos\varphi$$

$$m\frac{dv_y}{dt} = f_y = f(r)\sin\varphi$$

$$m(\frac{dv_x}{dt}\cos\varphi + \frac{dv_y}{dt}\sin\varphi) = f(r)$$

$$m(\frac{dv_x}{dt}\sin\varphi - \frac{dv_y}{dt}\cos\varphi) = 0$$

$$m(\ddot{r} - r\dot{\varphi}) = f(r)$$

$$m(2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi}) = 0$$

$$\frac{d}{dr}\left(r^2\dot{\varphi}\right) = 0$$

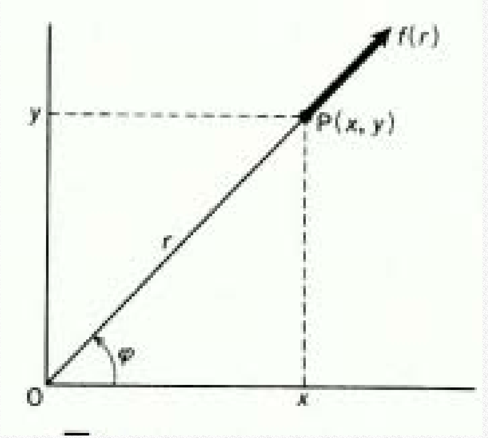
$$r^2\dot{\varphi} = h = const$$

Chapter 4-3: 中心力と平面極座標

平面極座標系における運動方程式３:

rに関する運動方程式及び運動エネルギー

$$m\left(\ddot{r}-\frac{h^2}{r^3}\right)=f(r)\Rightarrow m\ddot{r}=f(r)+\frac{mh^2}{r^3}$$



$$K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\left(v_x{}^2+v_y{}^2\right)$$
$$=\frac{1}{2}m\left(\dot{r}^2+r^2\dot{\varphi}^2\right)=\frac{1}{2}m\left(v_r{}^2+v_\varphi{}^2\right)$$

$$f(r)=-\frac{dU(r)}{dr}$$